

任意の材料組合せに対する縁界面き裂を有する 接合有限板の引張りにおける応力拡大係数†

蘭 欣* 道 中 健 吾*
張 玉* 野 田 尚 昭**

Stress Intensity Factor of an Edge Interface Crack in a Bonded Finite Plate under Arbitrary Material Combination Subjected to Tension

by

Xin LAN*, Kengo MICHINAKA*, Yu ZHANG* and Nao-Aki NODA**

Although a lot of interface crack problems were previously treated, few solutions are available under arbitrary material combinations. This paper deals with an edge interface crack in bonded finite and semi-infinite plates under tension. Then, the effects of material combination on the stress intensity factors are discussed. A useful method to calculate the stress intensity factor of interface crack is presented with focusing on the stresses at the crack tip calculated by the finite element method. The stress intensity factors are indicated in charts under arbitrary material combinations. For small edge interface crack, it is found that the dimensionless stress intensity factors F_I and F_{II} are not always finite depending on Dundurs' parameters α and β . In the present study, the variations of the dimensionless stress intensity factors F_I and F_{II} are clarified under arbitrary material combination with varying the relative crack length a/W . It is found that when $a/W \leq 0.4$ the value of F_I increases with increasing α and when $a/W \geq 0.4$ the value of F_I decreases with increasing α .

Key words : Elasticity, Stress intensity factor, Fracture mechanics, Finite element method, Edge interface crack, Semi-infinite plate

1 緒 言

疲労き裂は、通常材料の表面から発生し、材料の内側に向けて進展する傾向があることは良く知られている。この観点からすると Fig. 1 (a) の縁き裂を有する帯板の問題は任意の a/W に対して精度良く与えられており^{1),2)} き裂の進展をシミュレーションできる最も基本的な問題といえる。異なる材料を接合した場合にも、界面のはく離は通常接合端部から開始され、内部へ進展する。従って、Fig. 1 (b) に示すような縁界面き裂を有する異種材料接合有限板の問題も基本的な界面き裂問題であり、これまでも Table 1 に示すように多くの解析結果がある。^{3)~6)} しかし、それらは特定の材料組合せに限定されており、任意の材料組合せに対しては解析がなされていない。また、Table 1 に示すように、これまでの Fig. 1 (b) の研究では、 $a/W \rightarrow 0$ の極限の結果があたえられていなかった⁷⁾ ので、最近著者らはその極限の解を考察した。⁷⁾

本研究では、Fig. 1 (b) を任意の材料組合せに対して解析し、その応力拡大係数を考察する。そして、その応力拡大係数を均質材の結果 (Fig. 1 (a)) と比較して、材料組合せによってどの程度数値が変化するか、どの組合せのときに値が最大値、または最小値をとるかを明らかにする。すなわち、あらゆる材料組合せに対する Fig. 1 (b) の解を a/W を変えて示すことを目的とする。

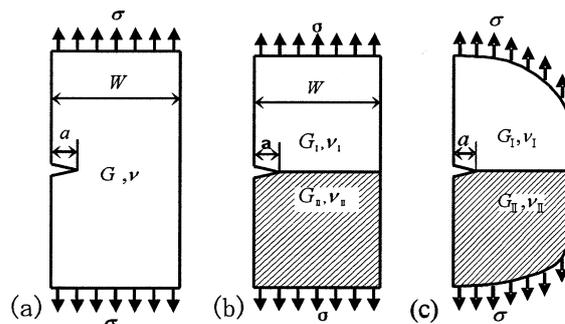


Fig. 1 (a) Edge crack in homogeneous plate (b) Edge interface crack in a bonded finite plate subjected to tension (c) Edge crack in bonded wide plate.

2 き裂先端の要素の値を用いる界面き裂の解析法

本研究で用いる解析方法は、(1) 解析対象の有限要素法 (FEM) 解析によって得られるき裂先端近傍の応力ないし変位の解析結果をそのまま利用し、(2) 厳密解の知られている基準問題との比をとることにより応力拡大係数を決定する手法である。³⁾ 西谷らはこの方法により均質材中のき裂の問題を精度良く解析した。^{8),9)} 最近、小田らは西谷らの方法を界面き裂の応力拡大係数の解析に拡張することに成功した。³⁾ この方法では、有限要素法解析の誤差は主としてき裂先端近傍のメッシュに依存すること

† 原稿受理 平成 22 年 8 月 9 日 Received Aug. 9, 2010 ©2011 The Society of Materials Science, Japan

* 九州工業大学工学研究院機械知能工学専攻 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

** 正 会 員 九州工業大学工学研究院機械知能工学専攻 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町, Dept. Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku, Kitakyushu, 804-8550

Table 1 Stress intensity factor of edge interface crack of bonded finite plate.

$$[K_I + iK_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} (F_I + iF_{II})(1 + 2i\epsilon)]$$

$\frac{G_I}{G_2}$	$\frac{a}{W}$	ϵ	F_I				F_{II}			
			Ref 3)	Ref 4)	Ref 5)	Ref 6)	Ref 3)	Ref 4)	Ref 5)	Ref 6)
4	0.1	0.06778	0.986	0.980	0.982	0.986	0.005	0.005	0.004	0.005
	0.2		1.005	1.005	1.004	1.005	0.009	0.010	0.009	0.009
	0.3		1.036	1.035	1.036	1.029	0.014	0.015	0.014	0.013
	0.4		1.086	1.084	1.086	1.087	0.017	0.016	0.016	0.017
	0.5		1.158	1.160	1.159	1.160	0.020	0.022	0.020	0.021
100	0.1	0.1138	0.943	0.941	0.938	0.944	0.008	0.008	0.009	0.009
	0.2		0.960	0.960	0.958	0.960	0.017	0.018	0.018	0.018
	0.3		0.990	0.988	0.989	0.988	0.026	0.027	0.025	0.026
	0.4		1.032	1.031	1.031	1.032	0.032	0.036	0.033	0.033
	0.5		1.096	1.095	1.095	1.095	0.039	0.043	0.040	0.041

を利用している。つまり、2つの異なる問題〔(1) 解析対象と (2) 基準問題〕をき裂先端近傍で同じメッシュを用いて解析すれば、それらの応力拡大係数がき裂先端の節点の応力を用いて評価できる。

Fig. 2に、本研究で用いる縁界面き裂の形状とき裂先端近傍の要素分割の例を示す。界面き裂の解析では、き裂周りのメッシュをある程度細かくすることが必要である。

界面き裂の基準問題として、Fig. 3に示す接合無限板の解が厳密解¹⁰⁾として知られているので、それを利用する。しかし、この方法をそのまま用いると深い縁界面き裂の場合には、解析結果の誤差が大きいことが明らかとなった。これは、深い界面き裂の問題ではき裂先端以外のメッシュの違いによる影響が大きいと考えられる。

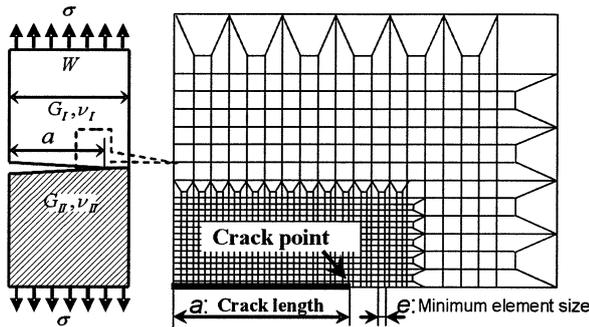


Fig. 2 Analytical model of edge interface crack.

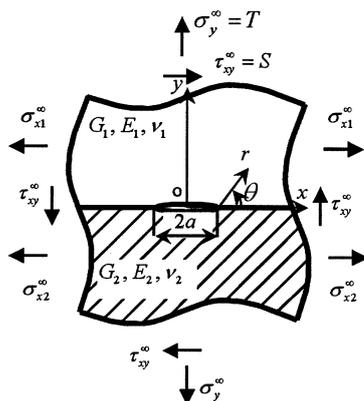


Fig. 3 Reference problem.

そこで、外挿することによって高精度の応力拡大係数が得られることを示す。

2・1 第ゼロ節点法による界面き裂の解析法

異種接合材の界面き裂先端の応力場は、均質材中のき裂の場合とは異なり振動応力特異性を有する。すなわち接合界面上の応力を σ_y, τ_{xy} とすると、界面の応力成分と応力拡大係数は均質材中のき裂と異なり完全にモード分離することができない。このため、き裂先端の要素の値から応力拡大係数を決定するためには以下に示すような工夫が必要である。すなわち、界面き裂の応力拡大係数では次式が成り立つ。

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y \left(\cos Q + \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \sin Q \right) \quad (1)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy} \left(\cos Q - \frac{\sigma_y}{\tau_{xy}} \sin Q \right) \quad (2)$$

$$Q = \epsilon \ln(r/2a) \quad (3)$$

$$\sigma_y + i\tau_{xy} = \frac{K_I + iK_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{2a} \right)^{i\epsilon}, r \rightarrow 0 \quad (4)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left[\left(\frac{\kappa_1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right) / \left(\frac{\kappa_2}{G_2} + \frac{1}{G_1} \right) \right] \quad (5)$$

$$\kappa_m = \begin{cases} (3 - \nu_m)/(1 + \nu_m) & \text{(Plane strain)} \\ 3 - 4\nu_m & \text{(Plane stress)} \end{cases}, (m=1,2)$$

ν_m : (Poisson's ratio), G_m : (Shear modulus)

式 (1)~(3)より、 r = 一定の位置で、次の条件

$$Q^* = Q, \quad \frac{\tau_{xy}^*}{\sigma_y^*} = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \quad (6)$$

が2つの問題で満足されれば、振動項が同じになることが分かる。したがって、基準問題と未知の問題において、 r = 一定の位置で、式 (6)が満たされる場合、式 (1), (2)より次式が成立する。

$$\frac{K_I^*}{\sigma_y^*} = \frac{K_I}{\sigma_y}, \quad \frac{K_{II}^*}{\tau_{xy}^*} = \frac{K_{II}}{\tau_{xy}} \quad (7)$$

基準問題の界面き裂先端節点の応力値を $\sigma_{y0,FEM}^*$, $\tau_{xy0,FEM}^*$, 応力拡大係数が未知の問題Bの応力値を、 $\sigma_{y0,FEM}$, $\tau_{xy0,FEM}$ と表記する。FEM解析値を利用して、界面き裂先端の応力場の相似条件〔式 (7)より次式が得られる。

$$K_I = \frac{\sigma_{y0,FEM}}{\sigma_{y0,FEM}^*} K_I^*, K_{II} = \frac{\tau_{xy0,FEM}}{\tau_{xy0,FEM}^*} K_{II}^* \quad (8)$$

K_I^*, K_{II}^* は、Fig. 3の厳密解であり、式 (9)で与えられる。

$$K_I^* + iK_{II}^* = (T + iS)\sqrt{\pi a}(1 + 2i\epsilon) \quad (9)$$

式 (7)の条件を満たすためには、基準問題 (Fig. 3)において、 $(T, S) = (1, 0), (0, 1)$ とした場合の応力値を $\sigma_{y0,FEM}^{T=1,S=0}$, $\tau_{xy0,FEM}^{T=1,S=0}$ および $\sigma_{y0,FEM}^{T=0,S=1}$, $\tau_{xy0,FEM}^{T=0,S=1}$ とすれば、

$$\begin{aligned} \sigma_{y0,FEM} &= \sigma_{y0,FEM}^{T=1,S=0} * T + \sigma_{y0,FEM}^{T=0,S=1} * S, \\ \tau_{xy0,FEM} &= \tau_{xy0,FEM}^{T=1,S=0} * T + \tau_{xy0,FEM}^{T=0,S=1} * S \end{aligned} \quad (10)$$

$T = 1$ として式 (10)を式 (7)に代入すれば、

$$S = \frac{\sigma_{y0,FEM} \times \tau_{xy0,FEM}^{T=1,S=0} * -\tau_{xy0,FEM} \times \sigma_{y0,FEM}^{T=1,S=0} *}{\tau_{xy0,FEM} \times \sigma_{y0,FEM}^{T=0,S=1} * -\sigma_{y0,FEM} \times \tau_{xy0,FEM}^{T=0,S=1} *} \quad (11)$$

結局 $T = 1$ と式 (11) で表される S が作用する Fig. 3 の問題を基準問題として考える。この厳密解は知られているので、解析したい問題と同じメッシュで解析して誤差を評価できる。以下では次式で定義される無次元化応力拡大係数 F_I, F_{II} を用いて結果を示す。また、 α, β は式 (13) で定義される Dundurs の複合材料パラメーターである。Fig. 4 に α, β の範囲を示す。

$$K_I + iK_{II} = (F_I + iF_{II})\sigma\sqrt{\pi a}(1 + 2i\varepsilon) \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \beta = \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)} \quad (13)$$

Fig. 1 (b), (c) の問題で、上下の 2 種類の材料を逆にすると、上の式より、 α, β の値がマイナスになる。即ち、 $\alpha \rightarrow -\alpha, \beta \rightarrow -\beta$ となる。しかしながら、上下材料を入れ替えた場合の応力拡大係数は $F_I \rightarrow -F_I, F_{II} \rightarrow -F_{II}$ となるので本解析では $\alpha \geq 0$ の範囲を対象とする。

2・2 外挿による正確な応力拡大係数の与え方

Fig. 5 に中央界面き裂の問題で $a/W = 0.8$ のときの最小要素サイズと F_I, F_{II} の関係を示す。Fig. 5 より中央界面き裂の問題では、最小要素サイズが $e = 1/3^5 a \sim 1/3^8 a$ の範囲で F_I の値は一定であることがわかる。また、図中の表と先の解析結果との比較から^{4)~6)}3 けたの精度があることがわかる。有限要素法は、要素が有限であることによる誤差を生じるが FEM モデルの最小要素サイズが十分小さいとき、この誤差は中央界面き裂の問題では基準問題の誤差とほぼ等しいので無視できる。

Fig. 6 には縁界面き裂で $a/W = 0.8$ のときの最小要素サイズと F_I, F_{II} の関係を示す。Fig. 6 から深い縁界面き裂の問題では、最小要素サイズを小さくしても F_I の値は一定にはならないことがわかる。すなわち、Fig. 1 (b) の a/W が大きい場合を解析すると FEM モデルのメッシュの最小要素寸法の影響が大きいので、そのまま深い縁き裂の問題に適用できないことが明らかとなった。しかし、 $e \rightarrow 0$ を外挿によって求めることにより高精度の解析結果が得られることがわかる。以下ではこのような外挿により応力拡大係数を求めた結果を示す。

3 接合半無限板中の縁界面き裂の引張りにおける応力拡大係数

Fig. 7 に Fig. 1 (b) の接合有限板の縁き裂の問題で $\beta = 0.3$ と固定して、 $\alpha = 0.4 \sim 0.95$ の場合の F_I と F_{II} の値を a/W に対して示す。同様に α, β の検討を他の場合につ

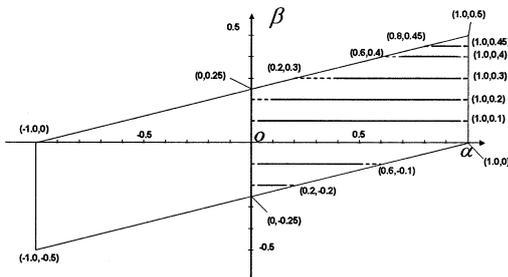


Fig. 4 The map of α and β .

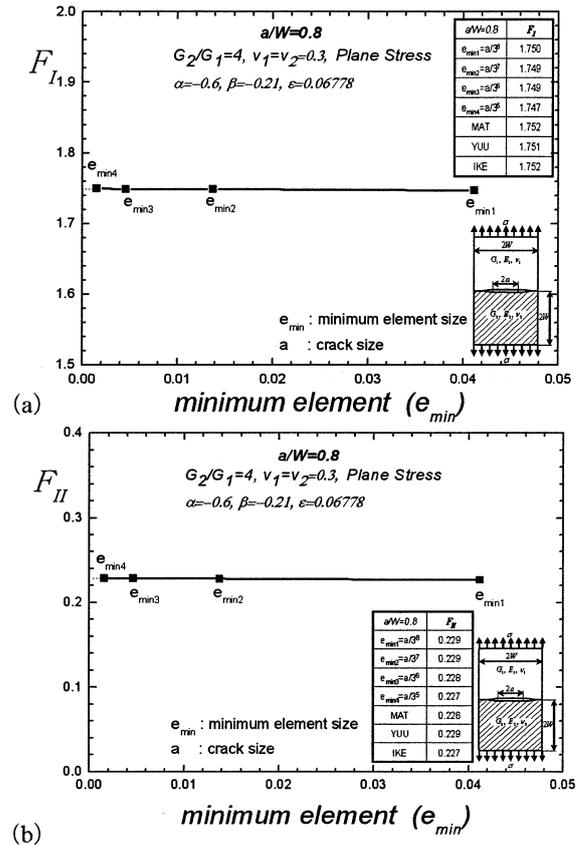


Fig. 5 Effect of minimum element size on (a) F_I and (b) F_{II} of center interface crack $a/W = 0.8$.

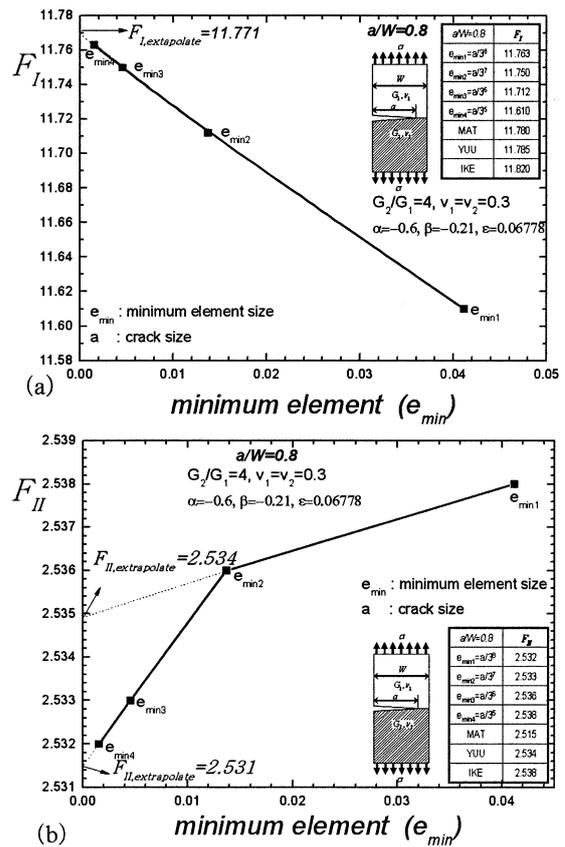


Fig. 6 Effect of minimum element size on (a) F_I and (b) F_{II} of edge interface crack $a/W = 0.8$.

いても行うことにより, Fig. 1 (b)の縁界面き裂を有する接合半無限板 ($a/W \rightarrow 0$) の応力拡大係数 F_I, F_{II} は式 (14) のようになることがわかる.

$$\begin{aligned} (1) \alpha(\alpha-2\beta) > 0: & F_I, F_{II} \rightarrow \infty \\ (2) \alpha(\alpha-2\beta) = 0: & F_I, F_{II} \text{ 有限} \\ (3) \alpha(\alpha-2\beta) < 0: & F_I, F_{II} \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (14)$$

この条件は, 縁き裂の無い接合板端部における応力 σ_y が (1) $\sigma_y \rightarrow \infty$, (2) $\sigma_y = \text{有限}$, (3) $\sigma_y \rightarrow 0$ となる条件と一致している.¹¹⁾ Fig. 8 に, $F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ および $F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ と a/W の関係を示す. Fig. 8 から $a/W < 10^{-3}$ でその数値は3けた以上一致し一定となることがわかる. すなわち $a/W < 10^{-3}$ で以下の関係が成立する.

$$F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda} = C_I \quad (15)$$

$$F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda} = C_{II} \quad (16)$$

ここで λ は, き裂の無い接合板端部の特異性指数 ($\sigma_\theta \propto r^{\lambda-1}$, r は接合端部からの距離) であり, その特異性の強さの結果^{12), 13)} から式 (15), (16) が説明できる. Fig. 9 に $a/W \rightarrow 0$ の解としてすべての α, β に対して C_I, C_{II} を図示する.¹¹⁾ Fig. 9 の破線は外挿により求めた値である.⁷⁾ なお, 実際のき裂の進展では, K_I, K_{II} そのものが重要であるので Fig. 10 に K_I, K_{II} と a/W の関係を示す. Fig. 10 より, $F_I \rightarrow \infty, F_{II} \rightarrow \infty$ となる場合でも $a/W \rightarrow 0$ で $K_I \rightarrow 0, K_{II} \rightarrow 0$ となることがわかる. すなわち, 界面縁き裂 (Fig. 1 (b)) の応力拡大係数は a/W の増加に伴って単調に増加する.

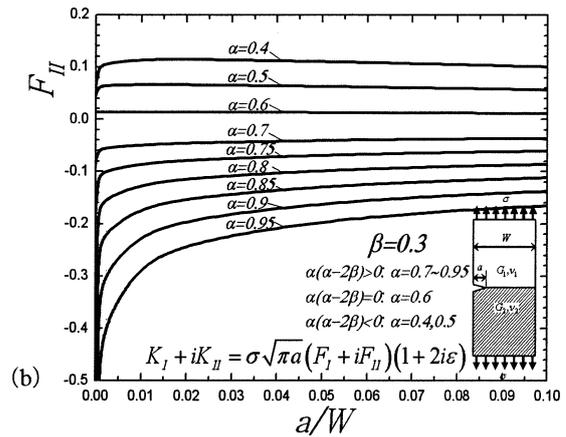
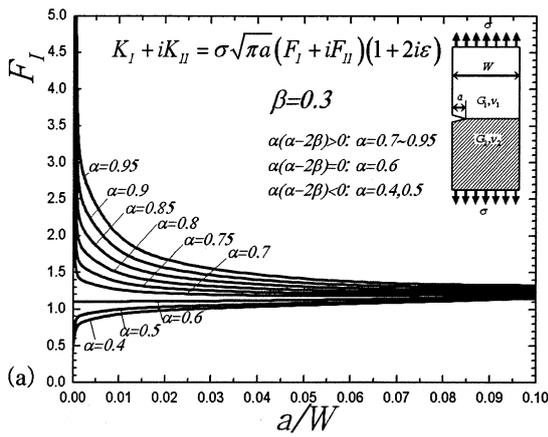


Fig. 7 (a) F_I (b) F_{II} for cracked bonded plate.

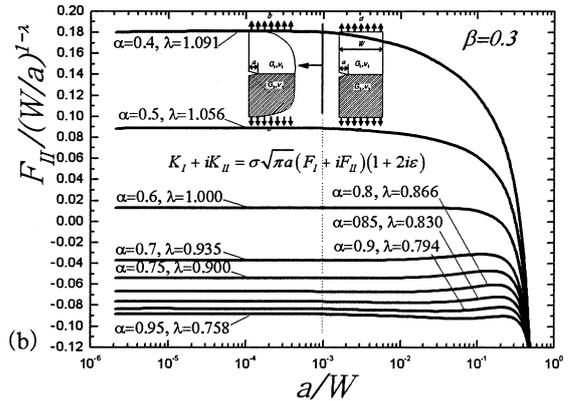
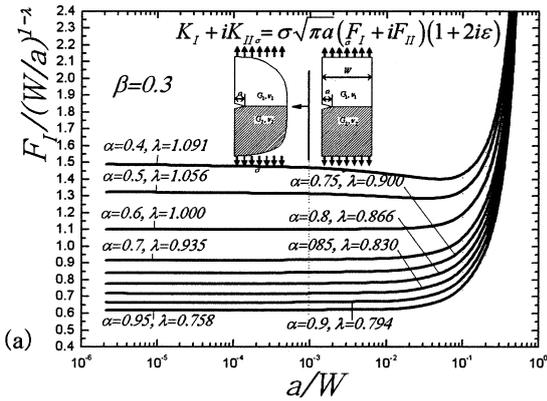


Fig. 8 (a) $F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ (b) $F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ vs. a/W .

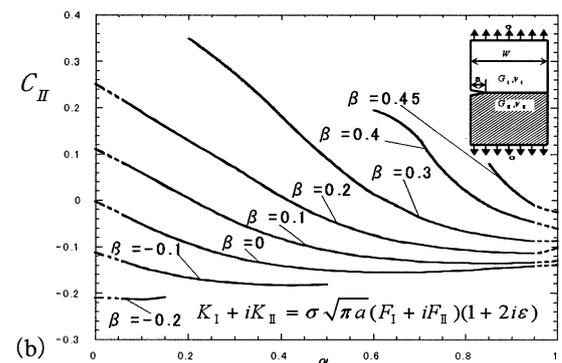
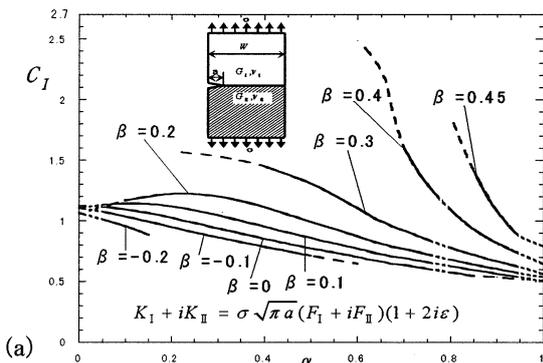


Fig. 9 Values of (a) $C_I = F_I \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ and (b) $C_{II} = F_{II} \cdot (a/W)^{1-\lambda}$ when $a/W \rightarrow 0$.

4 接合有限板中の縁界面き裂の引張りにおける 応力拡大係数

Fig. 1 (b)の a/W を 0 ~ 0.9 まで変化させた場合に材料組合せとき裂の相対長さが、応力拡大係数に及ぼす影響を考察する。Fig. 10 に示すように界面き裂の応力拡大係数はき裂の相対長さ a/W の増加とともに単調に増加する。ここでは、材料組合せの影響を明確にするため、その無次元化値 F_I , F_{II} にまず注目する。Table 2 に Fig. 1 (b) の接合有限板の問題で上下の材料が等しい場合の縁き裂を有する均質材の結果 $F_{I\text{homo}}$ ⁷⁾ を過去の研究^{1), 2), 14)} と比較して示す。Table 2 より本解析結果は 4 けた程度の精度があることがわかる。なお均質材の縁き裂の問題 Fig. 1 (a) では、以下の近似式が知られている。¹⁴⁾

$$F_{I\text{homo}} \cong \sqrt{\frac{2W}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2W}} \frac{0.752 + 2.02a/W + 0.37 \{1 - \sin(\pi a/2W)\}^3}{\cos(\pi a/2W)} \quad (17)$$

Table 2 に示すように式 (17) の精度は均質材の結果 $F_{I\text{homo}}$ ^{1), 2), 7)} と比較して 0.59% 以内である。以下では、均質材の問題の $F_{I\text{homo}}$ と界面き裂の F_I の値の違いを明確にするため、Fig. 11 (a) ~ Fig. 18 (a) に、Fig. 1 (b) の問題の応力拡大係数 F_I と Fig. 1 (a) の均質材の応力拡大係数 $F_{I\text{homo}}$ との比 $F_I/F_{I\text{homo}}$ を示す。それぞれの図で β を固定し、その $\beta =$ 一定の条件下で α の全範囲で結果を示している (Fig. 4 参照)。但し、それぞれの図で α , β の全範

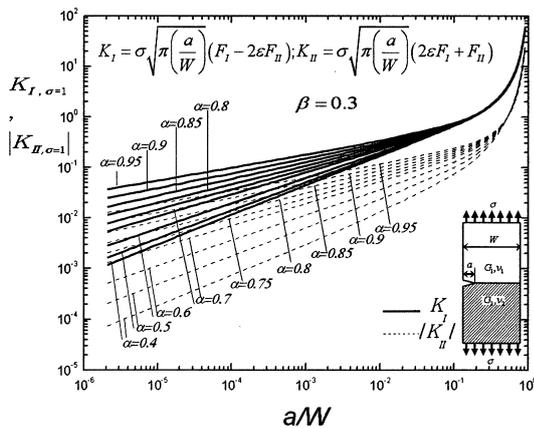


Fig. 10 K_I , K_{II} of an edge crack in a bonded semi-infinite plate.

Table 2 Values of $F_{I\text{homo}}$ for homogeneous plate.

a/W	Kaya ¹⁾	Noda ²⁾	Noda ⁷⁾	Eq. (17)
→ 0	1.1215	1.1215	1.1215	1.122
0.1	1.1892	1.189	1.189	1.196
0.2	1.3673	1.367	1.367	1.367
0.3	1.6599	1.659	1.660	1.655
0.4	2.1114	2.111	2.111	2.108
0.5	2.8246	2.823	2.824	2.827
0.6	4.0332	4.032	4.031	4.043
0.7	6.3549	6.355	6.352	6.376
0.8	11.955	11.95	11.95	11.99
0.9	34.633	34.62	34.60	34.72

囲に対する F_I の最大値を $F_{I\text{max}}/F_{I\text{homo}}$ で示し、最小値を $F_{I\text{min}}/F_{I\text{homo}}$ で示している。Fig. 12 (a) の $\beta = -0.1$ のときに注目すると、 $a/W \leq 0.4$ では、 α の値が大きくなるにつれて F_I の値も大きくなるのがわかる。しかし、 $a/W \geq 0.4$ では、 α の値が大きくなるにつれて F_I の値は逆に小さくなる。同様の傾向は Fig. 11 (a) ~ Fig. 18 (a) の $\beta = -0.2 \sim 0.45$ の場合にも確認できる。Fig. 11 (a) は $\beta = -0.2$ の場合を示しており α の値やき裂の相対長さが変化しても $F_I/F_{I\text{homo}}$ の値は 1 に近づく、つまり均質材の応力拡大係数に近いことが分かる。Fig. 13 (a) は $\beta = 0$ の場合を示しており、 $a/W \leq 0.4$ のときに F_I の値は $\alpha = 1$, $\beta = 0$ であらゆる材料組合せに対する最大値をとる。また、 $a/W \geq 0.4$ のときに F_I の値は $\alpha = 1$, $\beta = 0$ であらゆる材料組合せに対する最小値をとる。Fig. 15 (a) は $\beta = 0.2$ の場合の結果であり、 $a/W \leq 0.4$ のときの $\beta \leq 0.2$ 場合より全体的に F_I の値が小さいことがわかる。この傾向は β が大きくなるにつれて明確になる。Fig. 16 (a) は $\beta = 0.3$ の結果である。 $a/W \geq 0.4$ では $\alpha = 0.3$ であらゆる材料組合せに対する最大値をとることが多い。Fig. 18 (a) は $\beta = 0.45$ の場合の結果を示しており、 $a/W \leq 0.4$ で $\alpha = 0.8$ のときにあらゆる材料組合せに対する最小値をとる。

Fig. 11 (b) ~ Fig. 18 (b) には、Fig. 1 (b) の問題の応力拡大係数 F_{II} の値を示す。それぞれの図で β を固定し、その $\beta =$ 一定の条件下で α の全範囲で結果を示している (Fig. 4 参照)。但し、それぞれの図で α , β の全範囲に対する F_I の最大値を $F_{I\text{max}}$ で示し、最小値を $F_{I\text{min}}$ で示している。Fig. 11 (b) には、 $\beta = -0.2$ の場合の結果を示しており $a/W \leq 0.5$ では、 F_{II} の値は $-0.25 \sim 0.05$ であり、0 に近いことがわかる。同様の傾向は、Fig. 11 (b) ~ Fig. 18 (b) の $\beta = -0.2 \sim 0.45$ の場合にも見られる。また $a/W \geq 0.5$ では、 F_{II} の値は a/W が大きくなるにつれて増加して $\alpha = 0.2$, $\beta = -0.2$ のときにあらゆる材料組合せに対する最大値をとる。Fig. 12 (b), Fig. 13 (b) はそれぞれ $\beta = -0.1$, 0 の値を示しており、 $\beta = -0.2$ のときに比べて $a/W \geq 0.5$ では、 F_{II} の値は小さくなっている。Fig. 14 (b) には、 $\beta = 0.1$ の場合の結果を示しており $a/W \geq 0.5$ で α の値が小さいときに F_{II} は負の値をとる。Fig. 15 (b) ~ Fig. 18 (b) の $\beta = 0.2 \sim 0.45$ では $a/W \geq 0.5$ のときに α の値に関係なく減少していき負の値をとる。Fig. 18 (b) は $\beta = 0.45$ の場合の結果を示しており $a/W \geq 0.5$ で $\alpha = 0.8$ のときにあらゆる材料組合せに対する最小値をとる。

参考のため Fig. 19 (a), (b) に中央界面き裂の応力拡大係数の結果 F_I を示す。¹⁵⁾ 縁界面き裂と中央界面き裂の結果を比較すると縁界面き裂では、 $a/W = 0.4$ で F_I の値が逆転するのに対して中央界面き裂では、 F_I の値は逆転することなく α の値が大きいつきに小さく α の値が小さいときに大きいことがわかる。

5 結 言

本論文では、界面き裂の問題として最も基本的な縁界面き裂を有する接合有限板 (Fig. 1 (b)) の問題を任意の材料組合せに対して、き裂の相対長さ a/W を変えて考察した。得られた結果を図示したほか、結論をまとめると以下ようになる。

(1) 解析方法として有限要素法解析によるき裂節点における応力値を利用して基準解との比をとる方法を用いた場合、き裂が長い場合には一般に高精度の結果を得る

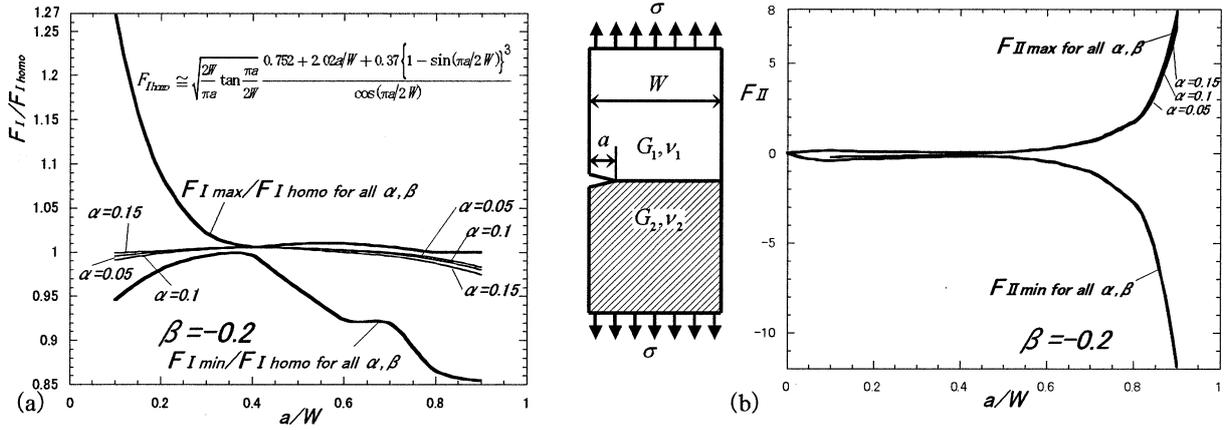


Fig. 11 (a) $F_I/F_{I\text{homo}}$ vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = -0.2$.

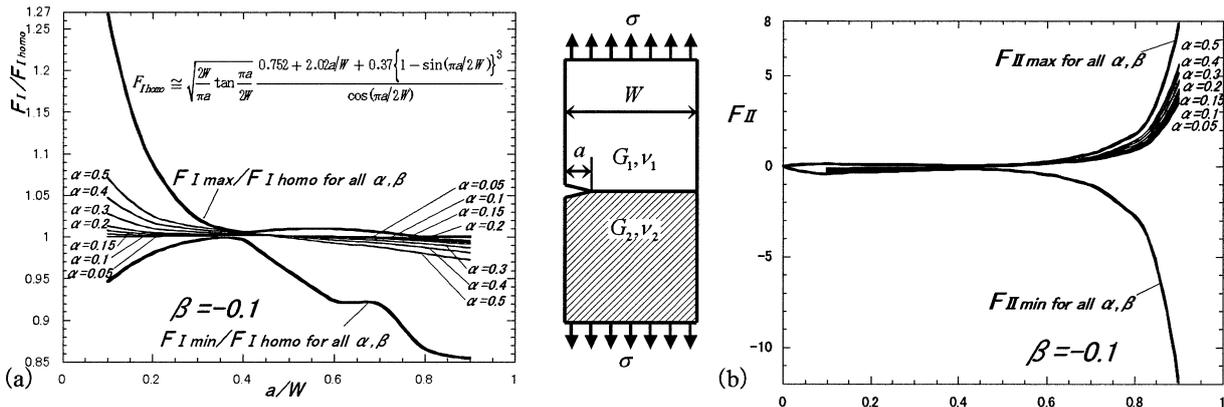


Fig. 12 (a) $F_I/F_{I\text{homo}}$ vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0$.

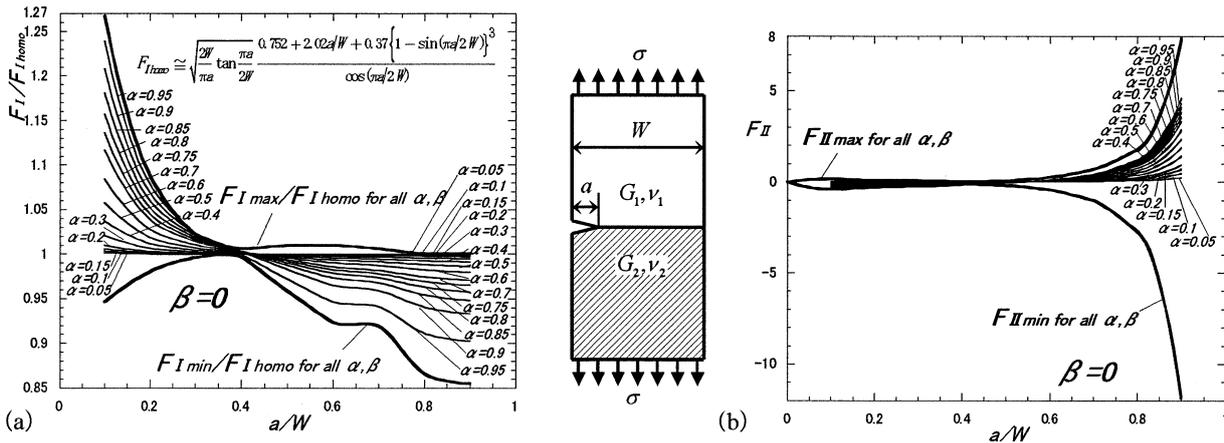


Fig. 13 (a) $F_I/F_{I\text{homo}}$ vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0.1$.

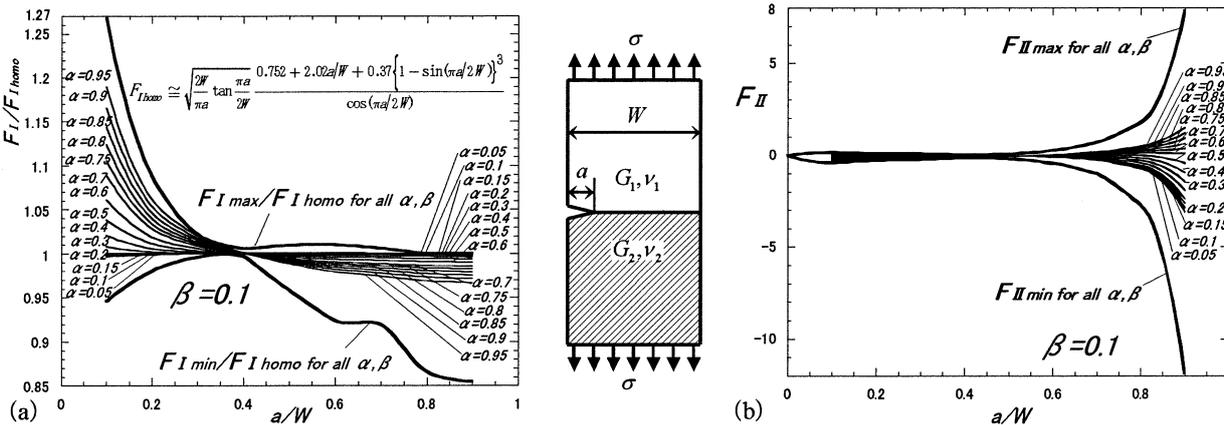


Fig. 14 (a) $F_I/F_{I\text{homo}}$ vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0.2$.

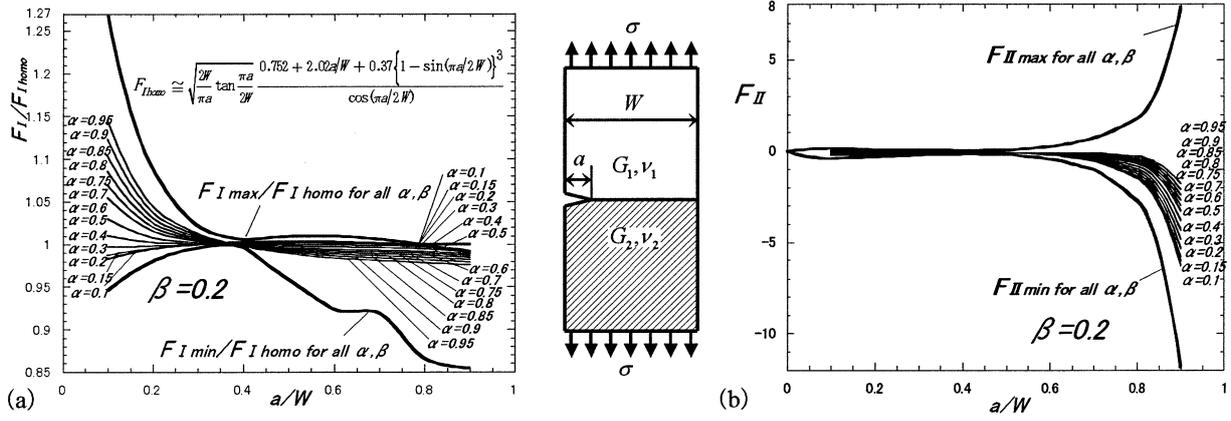


Fig. 15 (a) F_I/F_{Ihomo} vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0.3$.

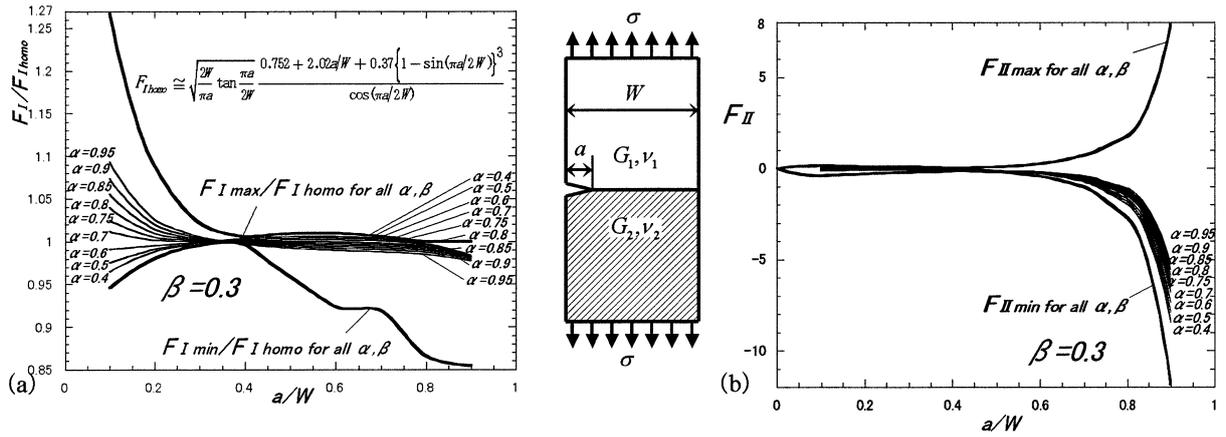


Fig. 16 (a) F_I/F_{Ihomo} vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0.4$.

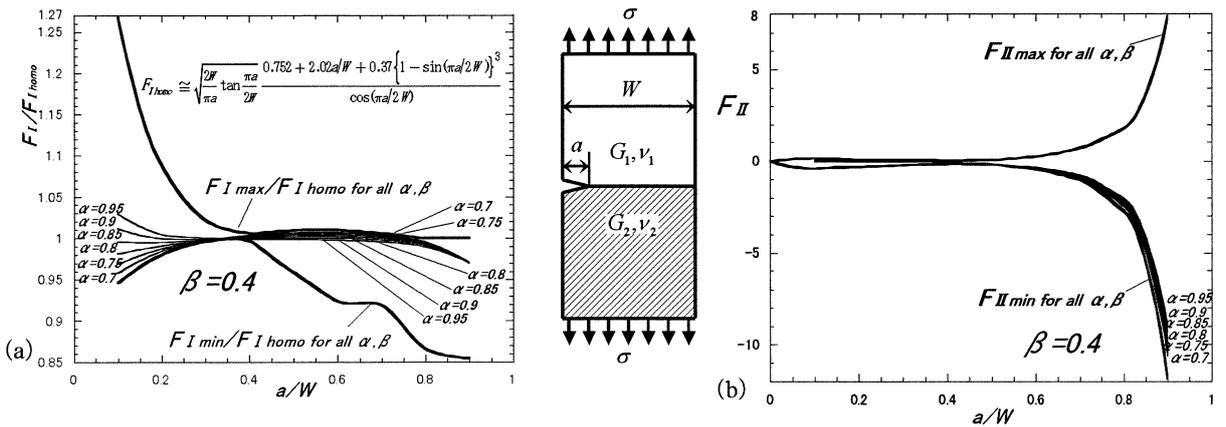


Fig. 17 (a) F_I/F_{Ihomo} vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0.45$.

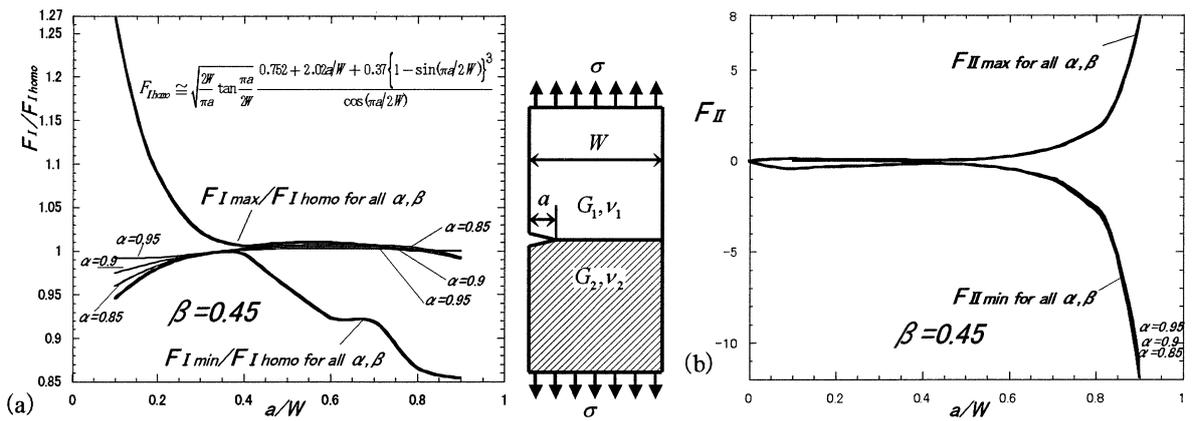


Fig. 18 (a) F_I/F_{Ihomo} vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W when $\beta = 0.45$.

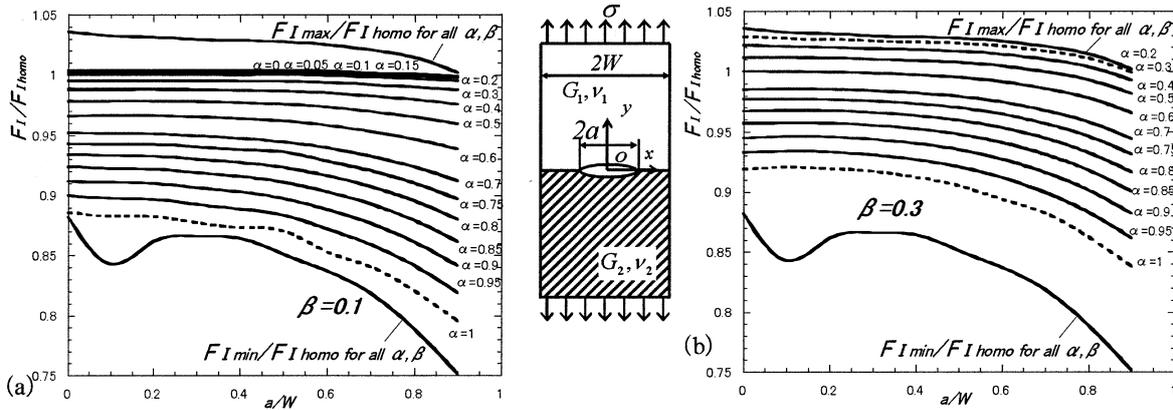


Fig. 19 (a) F_I/F_{Ihomo} vs. a/W and (b) F_{II} vs. a/W for central interface crack.

ことは難しいが、最小要素サイズ $e \rightarrow 0$ の結果を外挿して求める方法を適用して精度良く解析できる (Fig. 6).

(2) 縁界面き裂を有する接合有限板の応力拡大係数 F_I は、 $\beta = \text{一定}$ とし、 $a/W \leq 0.4$ では α の増加につれて増加する。一方、 $a/W \geq 0.4$ では α の増加につれて減少する。すなわち、 $a/W \cong 0.4$ で F_I の大小関係が逆転する傾向が認められる。ここで、 α, β は、Dundurs の複合材料パラメータである。

(3) 縁界面き裂を有する接合有限板の応力拡大係数 F_I は、 $a/W \leq 0.4$ の範囲では $\alpha = 1, \beta = 0$ のときあらゆる材料組合せに対する最大値をとり、 $\alpha = 0.8, \beta = 0.45$ で最小値をとる。また $a/W \geq 0.4$ の範囲では $\alpha = 0.3$ で最大値をとることが多く、 $\alpha = 1, \beta = 0$ で最小値をとる。また、 F_{II} は、 $a/W \geq 0.5$ の範囲 $\alpha = 0.2, \beta = -0.2$ であらゆる材料組合せに対する最大値をとり、 $a/W \leq 0.5$ で $\alpha = 0.8, \beta = 0.45$ のときに最小値をとる。

本研究の一部は高瀬博士技術職員の協力を得た。深くお礼申し上げます。

参考文献

- 1) A. C. Kaya and F. Erdogan, "On the solution of integral equations with singular kernels", Quarterly of Applied Mathematics, Vol.1, No.45, pp.105-122 (1987).
- 2) N.-A. Noda, K. Araki and F. Erdogan, "Stress intensity factor in two bonded elastic layers with a single edge crack", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.57, No.537, pp.82-89 (1991).
- 3) K. Oda, K. Kamisugi and N.-A. Noda, "Analysis of stress intensity factor for interface cracks based on proportional method", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.75, No.752, pp.476-482 (2009).
- 4) T. Matsumoto, M. Tanaka and R. Ohara, "Stress intensity factor analyses of bimaterial interface cracks based on interaction energy release rate and boundary element sensitivity analyses", transactions of the japan society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.65, No.638, pp.104-111 (1999).
- 5) R. Yuuki and S-B. Cho, "Boundary element analysis of stress intensity factor for an interface crack in dissimilar materials", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.55, No.510, pp.340-347 (1989).
- 6) N. Miyazaki, T. Ikeda, T. Soda and T. Munakata, "Stress intensity factor analysis of interface crack using boundary element method", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.57, No.544, pp.45-52 (1991).
- 7) N.-A. Noda, X. Lan, K. Michinaka, Y. Zhang and K. Oda, "Stress intensity factor of an edge interface crack in a bonded semi-infinite plate", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.76, No.770, (in press).
- 8) T. Teranishi and H. Nisitani, "Determination of highly accurate values of stress intensity factor in a plate of arbitrary form by FEM", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.65, No.635, pp.16-21 (1991).
- 9) H. Nisitani, T. Teranishi and K. Fukuyama, "Stress intensity factor analysis of a bimaterial plate based on the crack tip stress method", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.69, No.684, pp.1203-1208 (2003).
- 10) J. R. Rice and G. C. Sih, "Plane problems of cracks in dissimilar media", Journal of Applied Mechanics, Vol.32, pp.418-423 (1965).
- 11) D. B. Bogy, "Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.35, pp.460-466 (1968).
- 12) D. Chen and H. Nisitani, "Intensity of singular stress field near the interface edge point of a bonded strip", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.59, No.567, pp.2682-2686 (1993).
- 13) N.-A. Noda, R. Shirao, J. Li and J.-S. Sugimoto, "Intensity of singular stress at the end of a fiber under pull-out force", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.72, No.721, pp.1397-1404 (2006).
- 14) H. Tada, P. C. Paris and G. R. Irwin, "The stress analysis of cracks handbook", Del Research Corporation (1973).
- 15) N.-A. Noda, Y. Zhang, K.-T. Takaishi and X. Lan, "Stress intensity factors of interface crack under arbitrary material combinations (effects of relative crack length)", Journal of the Society of Materials Science, Japan, Vol.59, No.12, pp.900-907 (2010).